MÃ•XIMOS y mÃ-nimos

Problemas de OptimizaciÃ³n

Notemates - 25/03/2009

Conceptos y ejercicios de problemas de mÃ¡ximos y mÃ-nimos.

Una de las aplicaciones bÃ¡sicas de las derivadas es la optimizaciÃ³n de situaciones. Frecuentemente buscamos la mÃ¡xima calidad, el mÃ-nimo precio, la mayor resistencia, el menor esfuerzo, la mÃ¡xima ganancia, el mÃ-nimo coste...

El cÃ¡lculo de derivadas permite hallar los MÃ¡ximos y mÃ-nimos de una funciÃ³n. Si somos capaces de expresar un problema como una funciÃ³n podremos tambiÃ©n encontrar los valores Ã³ptimos, de mÃ¡s o de menos, que puedan interesar.

Ejemplos

1- "Hallar un nÃºmero positivo que sumado con su inverso dÃ© un resultado mÃ-nimo"

SoluciÃ³n:

Queremos encontrar un nÃºmero x para que la funciÃ³n x + 1/x tenga un mÃ-nimo.

Basta hacer la derivada de esta funciÃ³n igual a cero para obtener como resultado positivo x = 1

para el que la suma con su inverso es 1 + 1/1 = 2Â que es menor que cualquier otra opciÃ³n:

2 + 1/2 = 2'5

3 + 1/3 = 3'33

0'5 +1/0'5 = 2'5

... ...

2- "Hallar dos nÃºmeros positivos cuya suma sea 10 y cuyo producto sea MÃ¡ximo"

SoluciÃ³n:

Elegimos incÃ³gnitas: Un nÃºmero x, el otro y

La funciÃ³n a maximizar es su producto: P = xy

Hay dos variables, x,y, pero tenemos una relaciÃ³n "la suma es 10"Â con la que podemos despejar y sustituir una de ellas:

x+y = 10Â =>Â y = 10 - xÂ =>Â P = x(10-x) = 10x - x^2Â Â que ya podemos derivar

Haciendo la derivada igual cero:Â P' = 10 - 2x = 0 obtenemos x = 5 , y = 5

con lo que el resultado mÃ¡ximo es P = 25 para los nÃºmeros 5 y 5

como se puede comprobar haciendo 1*10 = 10, 3*7 = 21, 4'2*5'8 =Â 24'36Â ... ...

Â

MÃ©todo

1) Elegir incÃ³gnita(s)

2) Escribir funciÃ³n a optimizar

3) Si hay mÃ¡s de una incÃ³gnita escribir la condiciÃ³n que las relaciona y despejar

4) Derivar la funciÃ³n e igualarla a cero

5) Resolver la ecuaciÃ³n y obtener el valor de la(s) incÃ³gnita(s)

6) Responder al problema

Ideas

- La situaciÃ³n planteada en estos problemas se puede visualizar bien en los applets que acompaÃ±an a los ejercicios o en otros del Proyecto Descartes

- Son clÃ¡sicos los casos de geometrÃ-a, en los que se suelen utilizar las fÃ³rmulas elementales de Ã¡reas y volÃºmenes.

Â

- Enunciados de ejercicios en archivo adjunto.

- Problema experimental en archivo adjunto: Con la misma capacidad Â¿quÃ© lata de refresco cilÃ-ndrica necesitarÃ¡ menos alumnio? SoluciÃ³n detallada en DivulgamatÂ VÃ-a masmates

Ejercicios de tres niveles en

. Problemas de MÃ¡ximos y mÃ-nimos (1)

. Problemas de MÃ¡ximos y mÃ-nimos (2)

. Problemas de MÃ¡ximos y mÃ-nimos (3)

Â