

MODELO DE EXAMEN ( SISTEMAS Y GAUSS - TEMA 1 - Y MATRICES - TEMA 2 - )

( 4 ejercicios a elegir 3 )

$$\boxed{1} \quad \begin{cases} 4x+2y = k \\ x+y-z = 2 \\ kx+y+z = 1 \end{cases}$$

Una vez construida la matriz, lo importante es hacer ceros en la fila de la  $k$

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 4 & 2 & 0 & k \\ 1 & 1 & -1 & 2 \\ k & 1 & 1 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{3^a+2^a} \left( \begin{array}{ccc|c} 4 & 2 & 0 & k \\ 1 & 1 & -1 & 2 \\ k+1 & 2 & 0 & 3 \end{array} \right) \xrightarrow{3^a-1^a} \left( \begin{array}{ccc|c} 4 & 2 & 0 & k \\ 1 & 1 & -1 & 2 \\ k-3 & 0 & 0 & 3-k \end{array} \right)$$

Ahora analizamos la última ecuación:  $(k-3)x = 3-k$

• Si  $k=3 \Rightarrow 0 \cdot x = 0$   $\left( \begin{array}{ccc|c} 4 & 2 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$  SCI

$$\begin{cases} 4x+2y = 3 \\ x+y-z = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} 4x = 3-2y \Rightarrow x = \frac{3-2y}{4} \\ x-z = 2-y \Rightarrow \left( \frac{3-2y}{4} \right) - z = 2-y \end{cases}$$

$$z = \frac{3-2y}{4} - 2 + y = \frac{3}{4} - \frac{y}{2} - \frac{8}{4} + \frac{2y}{2}$$

$$z = \frac{-5}{4} + \frac{y}{2} = \frac{-5+2y}{4}$$

$$\boxed{x = \frac{3-2y}{4}; y = \lambda; z = \frac{-5+2y}{4}}$$

NOTA: Se ha escogido  $y$  como parámetro en lugar de  $z$  porque la  $z$  no estaba en las dos ecuaciones, pero igualmente se podría haber hecho; ha sido por comodidad.

2 Precio libro:  $x$

Precio pulsera:  $y$

Precio libro rebajado:  $x - 0,06x = (1 - 0,06)x = 0,94x$

Precio pulsera rebajada:  $y - 0,12y = (1 - 0,12)y = 0,88y$

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 35 \\ 0,94x + 0,88y = 31,40 \end{array} \right\}$$

$$\left( \begin{array}{cc|c} 0,94 & 0,88 & 31,40 \\ 1 & 1 & 35 \end{array} \right) \xrightarrow{0,94 \cdot 2^{\circ} - 1^{\circ}} \left( \begin{array}{cc|c} 0,94 & 0,88 & 31,40 \\ 0 & 0,06 & 1,5 \end{array} \right)$$

$$0,06y = 1,5$$

$$y = 25 \text{ €}$$

$$0,94x + 0,88y = 31,40$$

$$0,94x + 0,88 \cdot 25 = 31,40$$

$$0,94x = 31,40 - 22 = 9,4$$

$$x = \frac{9,4}{0,94} = 10$$

$$x = 10 \text{ €}$$

b) Precio final:

$$y \Rightarrow 0,88y = 0,88 \cdot 25 = 22$$

$$x \Rightarrow 0,94x = 0,94 \cdot 10 = 9,4$$

pulsera: 22 €

libro: 9,4 €

3

$$A \cdot X = B$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x+y+z \\ y-z \\ +2y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Si nos damos cuenta de que la 1ª ecuación es la 3ª - 2ª, podemos eliminar una de las ecuaciones y quedarnos solo con dos, por ejemplo la 1ª y la 3ª. Si no nos damos cuenta, se sigue igual con las tres ecuaciones y al final el resultado será el mismo.

Nos quedamos con la 1ª y la 3ª:

$$\begin{cases} x+y+z=1 & * \\ x+2y=0 \Rightarrow x=0-2y \Rightarrow (-2y)+y+z=1 \\ & y+z=1 \end{cases}$$

$\begin{cases} y+z=1 \\ x+2y=0 \end{cases}$  Tenemos más incógnitas que ecuaciones, es un SCI; pasamos la  $y$  al otro lado como parámetro.

$$\begin{aligned} z=1-y & \Rightarrow x=-2\lambda \\ x=-2y & \Rightarrow y=\lambda \\ & z=1-\lambda \end{aligned}$$

$$X = \begin{pmatrix} -2\lambda \\ \lambda \\ 1-\lambda \end{pmatrix}$$

das matrices  $X$  con la 1ª fila nula, implica:  $\lambda=0$ , por tanto:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

4 Cálculo del rango de una matriz por Gauss:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 6 & 4 & k \\ 4 & 12 & 8 & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow[\substack{2^{\circ}-2 \cdot 1^{\circ} \\ 3^{\circ}-4 \cdot 1^{\circ}}]{\substack{\rightarrow \\ \rightarrow}} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & k-2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

• Si  $k=2$   $\Rightarrow$   $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  y  $\text{ran}(A)=1$  (una fila l.i.)

• Si  $k \neq 2$   $\Rightarrow$   $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & k-2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  y  $\text{ran}(A)=2$  (2 filas l.i.)