Matemáticas en las aulas de secundaria

Sección a cargo de

Antonio Pérez Sanz

Uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación en Matemáticas para la ESO y los Bachilleratos

por

José María Arias Cabezas e Ildefonso Maza Sáez

En este artículo se presenta una investigación sobre la incorporación de las Nuevas Tecnologías de la Información y Comunicación en el aula de Matemáticas en los niveles de ESO y Bachilleratos. La metodología que hemos seguido consiste en formar a los profesores con los mismos materiales y de la misma forma que ellos lo aplicarían en el aula. El proyecto, entre la fase investigación y la de generalización, ha tenido una duración de 6 cursos, desde el año 2000 al actual, en la que han participado más de 400 profesores y 15000 alumnos. Los resultados de la investigación confirman una mejora en el rendimiento de los exámenes "tradicionales" escritos del alumnado, del 11,2%, con una mejora global del 24,39%. Teniendo en cuenta que el informe Pisa 2003 otorga a España el puesto 23 con 485 puntos en capacidades matemáticas, si sobre esta puntuación aumentamos un 11,2%, tendríamos 539 puntos que nos elevaría al tercer puesto.

1 Origen del proyecto

El proyecto nace de nuestro interés por mejorar el rendimiento académico de los alumnos en Matemáticas en la ESO y los Bachilleratos, lo que nos ha llevado a desarrollar, probar y optimizar unos materiales en el aula; trabajo que hemos realizado desde el año 1990 al 2000.

Los contenidos de matemáticas que se imparten actualmente son, en muchas ocasiones, los mismos que hace muchos años, y se desarrollan de la misma forma. Debemos tener en cuenta que la realidad social actual ha cambiado.

Por un lado, para trabajar hoy en las aulas de ESO y Bachillerato, en esta sociedad llamada del conocimiento, no se puede obviar que actualmente las matemáticas también han evolucionado; han pasado de ser fundamentalmente teóricas a tener una gran importancia como matemáticas aplicadas. Nuestros alumnos que van a la Universidad, estudian cada vez con mayor frecuencia, Ingeniería, Arquitectura, Económicas, Medicina, etc. y necesitan una matemática aplicada; sobre todo, cuando pasen al mundo laboral, que lo harán en este tercer milenio, y necesitarán un ordenador en su trabajo.

Un ejemplo de esta realidad se puede observar en el número de alumnos que se matriculan en las Facultades de Matemáticas. En el curso 1998/99 en las distintas Universidades se matricularon en Ciencias Matemáticas 16.473 alumnos. En el curso 2003/04, el número de alumnos matriculados fue de 8.827. Un descenso de un 46% en el alumnado. Esta disminución no es justificable por el descenso de la población, ya que en el mismo período, se pasa de 1.580.158 alumnos matriculados en las distintas universidades, a 1.473.448 alumnos; un 7% de descenso que no tiene nada que ver con el 46% de Matemáticas.

Mientras que la matrícula en estos estudios baja de forma alarmante, hasta el punto de que algunas facultades desaparecerán en los próximos años de seguir este ritmo, en ciertas carreras de doble titulación como la de la UAM en la que se obtiene la titulación de Ingeniero en Informática y Licenciado en Matemáticas, la matrícula sube con fuerza y la nota de corte de Selectividad es muy alta.

La actualidad de las matemáticas aplicadas y la Informática se extiende también a todos aquellos alumnos de Secundaria que acceden a Formación Profesional de cualquier nivel o directamente al mundo laboral; sin olvidar que la mayoría de los ciudadanos utilizan cada vez más el ordenador en su vida cotidiana.

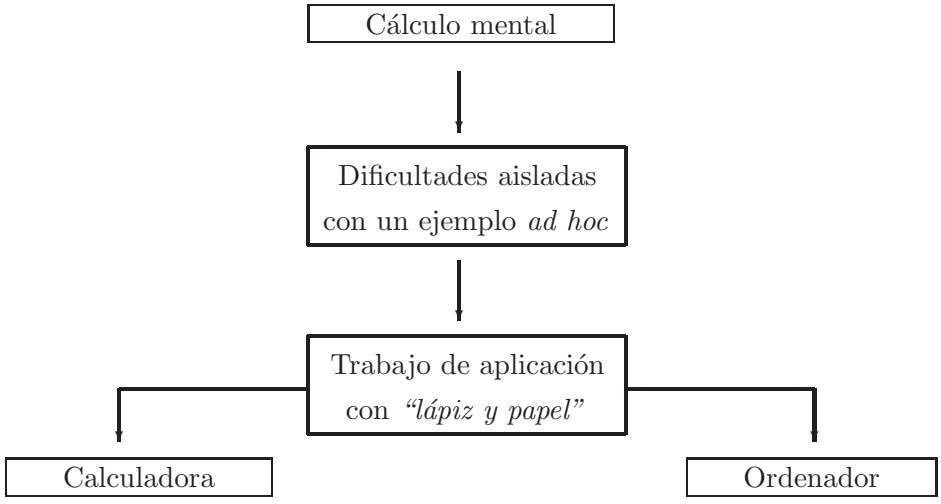
Por otro lado, los alumnos que antes llegaban a la Educación Secundaria, eran seleccionados, mientras que ahora, todos acceden a dicha etapa educativa. Esta realidad nos obliga como profesores, a encontrar caminos que

puedan mejorar el rendimiento académico del alumnado. Este proyecto global de aprendizaje de las matemáticas se ha concretado en unos libros para la ESO y los Bachilleratos que plasman un conjunto de decisiones, fruto de nuestros años de experiencia y de la validación de las investigaciones realizadas.

1.1 Nuestra metodología

Creemos que en primer lugar hay que potenciar el cálculo mental; luego, mientras la sociedad lo demande, adquirir soltura con el cálculo manual (lápiz o bolígrafo y papel); y también, como profesores de matemáticas tenemos la obligación de enseñar a todos los alumnos la utilización tanto de la calculadora como del ordenador, que son las herramientas con las que se van a encontrar el día que pasen al mundo laboral.

ESQUEMA DE TRABAJO



En cuanto a los contenidos, éstos se desarrollan "aislando dificultades" de forma que se eviten los errores más comunes que comete el alumnado. Para cada concepto o procedimiento desarrollado, lo acompañamos del "mejor ejemplo" que hemos encontrado.

1.2 Carné de calculista

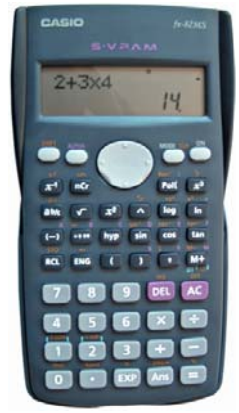
Hemos dicho que nuestro punto de partida es el cálculo mental. Tan importante lo consideramos que hemos desarrollado un recurso didáctico propio que nos ha dado muy buenos resultados: el **Carné de calculista**; que es un instrumento para motivar a los alumnos en el cálculo mental. Creemos que con quejarnos amargamente y decir lo mal que vienen preparados los alumnos

no ganamos nada, ya que lo mismo dirán de nuestros alumnos cando pasen a un nivel superior. Simplemente tenemos los alumnos que tenemos y con ellos debemos hacer lo que podamos.

Para ello diseñamos este carné con las siguientes características:

El carné de calculista da derecho a utilizar la calculadora en clase y en los exámenes (el uso de la calculadora lo debemos enseñar a todo el alumnado, no solo a los que tengan el carné de calculista).

El **carné de calculista** es un carné que le entregamos a los alumnos cuando ya saben operar con soltura, para obtenerlo tienen que hacer totalmente bien un examen con cinco cuentas.



- Una suma con decimales.
  Ejemplo: $23,456 + 7,8 + 0,45$.
- Una resta con decimales.
  Ejemplo: $840,35 - 93,783$.
- Una división con la prueba de multiplicar.
  Ejemplo: $49352 : 72$.
- Una operación de fracciones sin paréntesis.
  Ejemplo: $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4} - \frac{5}{3} : \frac{2}{7}$
- Una operación de fracciones con paréntesis.
  Ejemplo: $\frac{4}{3} \cdot \left(\frac{9}{4} - \frac{5}{6}\right)$.

El carné de calculista es un carné por puntos. Cada mes hacemos un nuevo examen para aquellos que no lo tienen y puedan obtenerlo. Los que ya lo tienen lo renuevan siempre que no cometan dos o más fallos en el examen. Si los comenten, se lo retiramos hasta que lo vuelvan a obtener.

En nuestro portal de Informática y Matemáticas en Internet, alojado en la dirección `www.infoymate.net`*, hay un enlace llamado* **Carné calculista**. *Quien lo desee puede encontrar información más detallada, un fichero en Word con cuadros de texto para que cada profesor/a lo adapte a su centro y varios*

modelos de examen. También tenemos en el enlace **Cálculo** *un programa de libre utilización, desarrollado por nosotros, para que los alumnos ejerciten las operaciones elementales: sumar, restar, multiplicar y dividir.*

1.3 Organización de una clase. Didáctica

Una sesión de clase la organizamos de la siguiente manera:

- Comprobamos de forma rápida que han hecho los ejercicios del día anterior en el cuaderno.
- Preguntamos y resolvemos dudas sobre la teoría y los ejemplos de la teoría del día anterior.
- Realizamos en voz alta el "**Piensa y calcula**", que lo deben traer resuelto en el cuaderno.
- Explicamos los nuevos contenidos, conceptos y procedimientos; cada uno con su ejemplo.
- Preguntamos dudas de los ejercicios y problemas del "**Aplica la teoría**" del día anterior y hacemos en la pizarra los que sean necesario.
- Mandamos hacer en clase el "**Aplica la teoría**" de la sección actual que son ejercicios y problemas. Si es necesario hay más problemas al final del tema para mandar también.
- El resto los mandamos para casa y que los traigan hechos en el cuaderno.
- También mandamos para casa el "**Piensa y calcula**" de la sección siguiente. Deben hacerlo en el cuaderno.

Trabajar de una forma sistemática como la que presentamos hace que el alumnado sepa de forma rutinaria el trabajo que se manda cada día para casa. Sabe que todos los días tiene trabajo que hacer; de esta forma creamos un hábito de estudio, que es fundamental en estas edades y en los "tiempos que corren".

Importante: queremos resaltar que seguimos el orden indicado, porque de esta forma siempre nos da tiempo a resolver las dudas de teoría, a explicar la sección nueva y a resolver todas las dudas de los ejercicios y problemas

1.4 Organización de una unidad didáctica, tema o lección

Con un tema cubrimos 8 períodos lectivos. Cada tema tiene 4 secciones y cada una de ellas tiene los elementos necesarios para impartir la clase. La distribución de tiempos es la siguiente:

- Día 1: sección 1
- Día 2: sección 2

- Día 3: sección 3
- Día 4: en el aula de informática. Hacemos las actividades correspondientes del tema.
- Día 5: sección 4 y mandamos los problemas del final.
- Día 6: resolvemos dudas de la sección 4 y de los problemas del final del capítulo. Mandamos el "**Comprueba lo que sabes**". Los estudiosos lo hacen el día anterior y si tienen dudas las preguntan.
- Día 7: examen escrito del tema.
- Día 8: Examen en el aula de Informática utilizando el ordenador.

MATEMÁTICAS CON INFORMÁTICA

Es un valor añadido que presentamos en el proyecto de nuestros libros. En cada uno de los temas de los libros desarrollamos una doble página final para trabajar todos los contenidos matemáticos del tema con Informática. El orden de las sesiones no tiene porque ser exactamente el indicado en la parte superior, pues llevamos a los alumnos al aula de Informática sistemáticamente un día a la semana y siempre el mismo. Para esto, en la mayoría de los centros es necesario hacer una reserva del aula de informática a principio de curso y esta, debe ser siempre el mismo día y a la misma hora.

En cada unidad didáctica, el primer día que llevamos a los alumnos a la sala de informática suele ser cuando ya hemos dado más de la mitad del tema. A veces, también sucede que vamos por delante en el aula de Informática; esto que se puede interpretar como una contradicción didáctica, no es tal. Cuando los alumnos saben utilizar un concepto o un procedimiento matemático en Informática, permite avanzar más rápidamente en la clase tradicional.

La única sesión en el aula de Informática que respetamos siempre es el examen, que lo hacemos después del escrito tradicional. La prueba de Matemáticas con Informática es individual y dura 20 minutos. Primero la hacen la mitad del alumnado y luego, la otra mitad. Para no cargar al profesor con trabajo adicional, la vamos corrigiendo sobre la marcha. En cada pregunta, vemos como la han contestado en el papel y lo que tienen hecho en la pantalla del ordenador. Se la valoramos en el momento. Si es geometría con Cabri el alumno comprueba delante de nosotros que es interactivo.

1.5 ORGANIZACIÓN DE CADA LIBRO DE LA ESO Y DE LOS BACHILLERATOS

Cada libro está organizado en 14 temas o unidades didácticas. Cada tema está organizado en 4 secciones, más los problemas de la parte final, el "**Comprueba lo que sabes**" y en las dos últimas páginas las actividades para realizar con el ordenador. Cada sección, que siempre son dos páginas es una sesión de clase y contiene todos los elementos necesarios para impartir dicha clase, distribuidos en los siguientes apartados:

- **Piensa y calcula:** es una actividad corta de cálculo mental que relaciona los conocimientos que tiene el alumnado con los contenidos de la sección correspondiente. También sirve de evaluación previa. No debe durar más de 5 minutos.
- **Desarrollo de los contenidos:** describimos de forma precisa y rigurosa los conceptos y procedimientos. Lo más importante lo resaltamos mediante una trama para que lo aprenda el alumnado. Presentamos las dificultades aisladas; para cada concepto o procedimiento, desarrollamos totalmente un ejemplo tipo, hecho a medida. Está en color azul y sangrado 5 *mm* para diferenciarlo de los contenidos teóricos.
- **Aplica la teoría:** ejercicios y problemas para hacer en clase y completar en casa. Todos los profesores de matemáticas sabemos la importancia que tiene la repetición de ejercicios en esta materia. Por esta razón incorporamos una media de 2000 ejercicios en cada libro, clasificados por epígrafes y niveles de dificultad, para que el profesor pueda seleccionar aquellos que estime oportunos.

Otras consideraciones

- Si en cada curso tenemos 14 temas y cada uno ocupa 2 semanas, tendremos 28 semanas de clase. Si añadimos días festivos, excursiones, etc. y como tenemos más o menos 35 semanas de clase al año, significa que terminamos bien el libro y nos da tiempo a repasar algunos de los temas que sean más importantes.

- Para los primeros cursos de la ESO, está bien hacer una prueba por unidad. A media que los alumnos son mayores y sobre todo en los Bachilleratos, debemos incluir dos unidades y a veces más, en cada prueba, según el curso y la distribución de contenidos de cada bloque.
- En algunos cursos de la ESO y en algunas Comunidades Autónomas, solamente hay tres sesiones de clase por semana. En este caso proponemos llevar solamente una vez cada dos semanas a los alumnos a la sala de informática y agrupar unidades para realizar las pruebas.

2 PROPUESTA DE INVESTIGACIÓN

Todo este material, decisiones metodológicas y didácticas basadas en nuestros años de experiencia, debía ser validado de una forma objetiva. Para ello diseñamos una propuesta de investigación.

2.1 JUSTIFICACIÓN

Se desarrolla con fuerza una rama de investigación en didáctica matemática que trata del fenómeno del ordenador como herramienta para el profesor y/o el alumno. En principio, se hicieron muchas investigaciones en matemáticas relacionadas con el LOGO y las hojas de cálculo. Los numerosos estudios realizados presentan resultados contradictorios y plantearon con profundidad puntos de estudio que son comunes a la investigación en el campo.

Actualmente, superada esta línea de investigación, se analizan otras herramientas y metodologías. Las nuevas líneas de investigación abren nuevos campos sobre el uso de la informática hasta el punto de que se habla ya de un nuevo perfil del profesor y de un nuevo currículo.

Teniendo en cuenta estas consideraciones, nuestro deseo era realizar una investigación ecológica en la que se pudiera medir el impacto del ordenador en la enseñanza matemática, en los niveles de la ESO y los Bachilleratos, haciendo que su uso esté integrado en un proyecto global y con un diseño metodológico adecuado.

Por otra parte, la importancia del uso del ordenador en la educación ya está aceptada. La OCDE señala en un informe que la mayoría de los alumnos, entre 15 y 16 años, que utilizan un ordenador desde hace cinco años tienen resultados superiores a la media en matemáticas, mientras que los que carecen de acceso o lo usan desde hace menos de un año obtienen unos resultados por debajo del nivel general de su curso. También resalta que los alumnos que tienen ordenador en su casa no sólo lo utilizan únicamente para jugar, también se interesan en los programas de tratamiento de textos y en Internet para buscar información. (OCDE, 2006)

2.2 Características de la investigación

Nuestra investigación consiste en incorporar la Informática al proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas en la ESO y en los Bachilleratos, formar al profesorado en dicha incorporación y evaluar su efecto en el rendimiento académico del alumnado.

La característica fundamental de esta investigación es que se realiza de forma ecológica, es decir, se investiga en el aula. Para ello, dotamos a la inclusión de la informática en nuestro proyecto con las siguientes características, al hilo de las ideas recogidas de la revisión bibliográfica sobre las buenas prácticas en la utilización del recurso informático en el aula (Cajaraville, 1989; García *et. al.*, 1995; Sáenz, 1995).

- Partimos de una teoría y de unas decisiones metodológicas globales que guían la práctica.
- Enunciamos con claridad los objetivos curriculares al estar su uso incluido en un proyecto global de toda el área, y se hace para todos los cursos de la ESO y los Bachilleratos.
- Desarrollamos unos materiales estructurados con los que trabajar en clase.
- Seleccionamos unos asistentes matemáticos para sacar el máximo partido de las potencialidades del medio informático.
- Combinamos las tareas informáticas con las no informáticas.
- Utilizamos el ordenador partiendo de aprendizajes específicos. Trabajamos sobre los contenidos seleccionados para cada tema.
- Ayudamos a trabajar a los alumnos en grupo.
- No pensamos que el ordenador sustituya al profesor.
- Formamos a los profesores antes de que enseñen a los alumnos.

3 Entidades colaboradoras. Materiales

Las entidades que han colaborado en esta investigación han sido:

- La Dirección General de Ordenación Académica de la Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid ha seleccionado los centros, se ha encargado de la formación del profesorado. También se ha encargado de la publicación de los materiales que han utilizado el profesorado en la formación y el alumnado en el aula; y ha adquirido los programas Derive y Cabri para cada uno de los centros. Han coordinado el proyecto, por la Dirección General de Ordenación Académica de la Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid, Isabel García García, y por el CRIF “Las Acacias”, Rafael Cebeira Mateos. En la fase de generalización

en la Comunidad de Andalucía la coordinadora ha sido Ana Rodríguez Chamizo; en la de Castilla y León, José Manuel Arranz San José y en Castilla la Mancha, Mª Isabel Bustos Molina.

- La Universidad Autónoma de Madrid (UAM) a través del Instituto Universitario de Ciencias de la Educación (IUCE) ha realizado el estudio estadístico y la publicación de la Investigación. César Sáenz de Castro, profesor del área de Didáctica de las Matemáticas y director del IUCE de la UAM ha sido coautor de la investigación y la publicación. A través de la Unidad de Recursos Audiovisuales y Multimedia (URAM), cuya coordinadora es Mª Luisa Ortega Gálvez ha puesto a nuestra disposición la sala multimedia y la de videoconferencia para impartir los cursos de formación al profesorado.
- La Editorial Algaida del Grupo Anaya que ha cedido de los libros de la nueva línea de Matemáticas de cada uno de los cursos de la ESO y los Bachilleratos cuyos autores, José María Arias Cabezas e Ildefonso Maza Sáez lo son también de todo este proyecto, la parte final de cada uno de los temas que trata los contenidos matemáticos con Derive, Cabri y Excel. Estos libros nacieron a propuesta de la Editorial Algaida del Grupo Anaya como consecuencia de un primer curso de formación del profesorado que, los autores realizaron en el Centro de Apoyo al Profesorado Madrid-Norte, sobre el uso de las TICs en matemáticas, durante el curso 2000/01 que fue el antecedente de este proyecto.
- En nuestro Portal de Informática y Matemáticas `www.infoymate.net` recoge una web general de cada proyecto en la que se incorpora el soporte para las conferencias, correos y debates y exposición de las notas de los alumnos. También por cada centro se diseña una web con los participantes.

4 Cursos en los que se hizo la investigación

Como hemos dicho, la investigación se ha realizado en todos los cursos de la ESO y los Bachilleratos desarrollando todo el currículo tema por tema. En este sentido debemos resaltar lo que dicho currículo apunta al hilo de las Nuevas Tecnologías.

4.1 El currículo

En el currículo oficial recoge entre otros el siguiente párrafo:

> *Una de las características más significativas de nuestro tiempo es el pujante desarrollo tecnológico que se refleja, fundamentalmente, en el uso generalizado de las Nuevas Tecnologías. No es aventurado vaticinar que, de seguir el ritmo actual, el acceso a la información, por parte de cualquier ciudadano y en cualquier lugar del*

mundo, quedará supeditado a su capacidad para manejar de forma inteligente y razonada aquellos recursos tecnológicos, sobre todo los de tipo informático, que la facilitan. En consecuencia, es necesario incorporar, en el currículo de matemáticas, el uso de todos aquellos recursos tecnológicos (calculadoras y programas informáticos) que resulten adecuados para el desarrollo de determinados procedimientos rutinarios, en la interpretación y análisis de situaciones diversas relacionadas con los números, el álgebra lineal, la geometría, el análisis o la estadística, así como en la resolución práctica de numerosas situaciones problemáticas relacionadas con la naturaleza, la tecnología, la economía, la sociología o, simplemente, con la vida cotidiana.

4.2 Cursos y años

En los cursos que hemos desarrollado el proyecto han sido los cuatro cursos de la ESO (incluyendo en cuarto las opciones A y B) y en todos los cursos y modalidades de los Bachilleratos.

Los años durante los que hemos realizado la investigación han sido en la Comunidad de Madrid 2001/02, 2002/03, 2003/04 y 2004/2005; en la Comunidad de Andalucía 2003/04, 2004/05; en la Comunidad de Castilla y León 2003/04, 2004/05 y en la Comunidad de Castilla la Mancha hemos empezado este curso 2005/06. En este momento llevamos más de 400 profesores formados y más de 15000 alumnos que lo han experimentado.

5 Formación del profesorado

La Comunidad de Madrid certificó al profesorado participante en el proyecto 60 horas, por el total de formación y experimentación por cada curso. En Andalucía, Castilla y León y Castilla la Mancha al profesorado participante se le certificó 30 horas de formación por parte del centro de profesores correspondiente, y 50 horas de experimentación por parte del Instituto Universitario de Ciencias de la Educación de la Universidad Autónoma de Madrid.

5.1 METODOLOGÍA

En cuanto a la formación del profesorado, partimos del principio de que ésta debe hacerse con el mismo material y con la misma metodología y didáctica que ellos utilizarán en el aula con el alumnado.

En cuanto a los principios que presiden la elaboración del material y el trabajo en el aula, partimos de un análisis de la materia que permite organizarla aislando dificultades y desarrollando los contenidos desde la perspectiva de la matemática aplicada.

5.2 FORMACIÓN PRESENCIAL

Cada año hemos impartido un curso de 30 horas en un aula de informática trabajando dos profesores en cada ordenador, al igual que lo hacen los alumnos. También les hacemos exámenes, para que vean de una forma práctica como se evalúa a los alumnos.

5.3 FORMACIÓN *e-learning*

Tiene cuatro partes que se hacen a través de Internet:

- **Conferencias:** una vez al mes, el mismo día y a la misma hora (síncrono) entramos en la web del proyecto en el **Enlace restringido** y ponemos en común todas las dudas, preguntas y sugerencias que cada uno tenga. Si son preguntas sobre los programas Derive, Cabri o Excel, los coordinadores arrancamos el programa en nuestro ordenador y resolvemos en tiempo real las dudas; cada uno de los componentes de la conferencia está viendo en su ordenador (ya sea en su centro educativo o en su casa) el programa y lo que estamos haciendo, cada uno de los asistentes a la conferencia puede pedir el control del programa y trabajar con él, el resto vemos lo que está haciendo.
- **Correos y debates:** cada profesor del proyecto tiene un correo privado para comunicarse con el resto de componentes del proyecto y el apartado de debates, con un foro por cada uno de los programas informáticos, más otro sobre organización; aquí se puede entrar cualquier día a cualquier hora (asíncrono) y de una forma colaborativa participar aportando sugerencia y haciendo nuevas preguntas.
- **Pruebas:** bajar de la web del proyecto las pruebas y las soluciones correspondientes a los exámenes de matemáticas con informática.
- **Exponer las notas:** cada centro del proyecto tiene su propia carpeta, en la que exponen las notas con alumnos numerados y sin nombre, es decir, de forma anónima, en caso de error las modifica, también todos los profesores tienen permiso para ver las notas de los demás, pero no para modificarlas.

6 Desarrollo del trabajo en el aula de informática

Queremos reseñar que no le dedicamos ningún tiempo extra a que los alumnos aprendan a utilizar los asistentes matemáticos Derive, Cabri y Excel. El alumnado aprende a utilizar los asistentes matemáticos al mismo tiempo que va haciendo los ejercicios de matemáticas del libro con el ordenador. Lo mismo hacemos en los cursos de formación del profesorado.

6.1 Organización del trabajo con los alumnos

Recomendamos trabajar en clase con dos alumnos por ordenador. Es fundamental que haya diálogo entre los dos alumnos, es un aprendizaje en horizontal.

Es importante acostumbrarse desde el principio que uno de los alumnos esté bien colocado enfrente del ordenador. Sus funciones son:

- Escribir en el teclado.
- Utilizar el ratón.
- Hacer todo cuanto le ordene su compañero.

El otro alumno se sienta a su izquierda para no molestarle en el uso del ratón. Sus funciones son:

- Leer las actividades del libro.
- Comprobar que su compañero hace correctamente los ejercicios en pantalla.

Cada actividad o dos actividades los alumnos se cambian de silla y de funciones.

Queremos resaltar que el profesor en el aula de informática no explica, es obvio que él debe hacer previamente los ejercicios, es decir, debe preparar la

clase. Su función es controlar que los alumnos hacen los ejercicios y si cometen algún error les debe ayudar a resolverlo, pero nunca se lo debe hacer, nunca debe tocar el ratón, ni el teclado.

6.2 MATERIALES DE MATEMÁTICAS CON INFORMÁTICA

Al final de cada uno de los temas de cada uno de los libros hay una doble página donde se resuelven todos los contenidos del tema con un asistente matemático. Utilizamos Derive en aritmética, álgebra, funciones, derivadas, integrales y geometría analítica del espacio. Cabri en geometría sintética y analítica del plano. Excel en estadística y probabilidad.

La metodología y didáctica con las que desarrollamos esta doble página son:

- **Paso a paso:** las actividades matemáticas más importantes del tema resueltas "paso a paso" con las indicaciones necesarias para aprender a manejar el programa.
- **Así funciona:** breves aspectos de funcionamiento del programa.
- **Práctica:** ejercicios y problemas de todos los contenidos del tema para que los resuelva el alumnado con el asistente matemático correspondiente.

Además le pedimos a los alumnos que vuelvan a realizar todos los ejercicios en casa y que nos los traigan impresos; viene a ser el cuaderno de Matemáticas con Informática.

6.3 EVALUACIÓN DEL ALUMNADO

El alumnado realiza exámenes "tradicionales" y también con ordenador. Si a los primeros le dedicamos un 75% del tiempo de aula y a los segundos, un 25%, es lógico que las notas tengan el mismo peso en la calificación final. Los exámenes con el ordenador son individuales.

Diferenciamos entre los exámenes tradicionales de matemáticas en la ESO y los Bachilleratos. En la ESO ponemos una pregunta teórica con un ejemplo valorada en un punto, para que el alumno aprenda a expresarse correctamente en matemáticas; cinco ejercicios de un punto y dos problemas de dos puntos. Es importante que el alumno se sienta reforzado cuando hace todos los ejercicios y estudia y repasa todo el tema. Para que se dé este refuerzo, un ejercicio de la prueba es un ejemplo desarrollado en el libro; y uno de los problemas lo elegimos de los mandados para casa. Así motivamos a estudiar y repasar tanto el libro como los problemas que hemos mandado para casa.

En Bachillerato ponemos 4 problemas, al estilo de las pruebas de Selectividad, para que los alumnos se vayan acostumbrando. Al igual que en la ESO, uno de los problemas es de los ejemplos desarrollados en el libro; y otro, es de los mandados para casa.

En 2º de Bachillerato, los ejemplos resueltos y los ejercicios propuestos en ambos libros son ejercicios de Selectividad de las distintas Comunidades Autónomas. Tenemos más de 2000 en cada una de los libros. Son libros que ayudan a preparar la prueba de Selectividad.

En cada prueba de Matemáticas en el aula de Informática solemos poner dos ejercicios valorados a 2,5 puntos cada uno y un problema valorado en 5 puntos. Siempre le ponemos uno de los ejercicios o el problema de los que han visto en el aula de informática, para motivarles y que se lo estudien. Tanto en el examen tradicional como en el del aula de informática, cuando los alumnos terminan el examen, le entregamos una fotocopia con los ejercicios y problemas resueltos. Ese es el mejor momento para la autoevaluación. Todos los profesores y profesoras sabemos que la pregunta típica entre el alumnado es: ¿cuánto daba el problema...? Si el resultado coincide, se ponen muy contentos y hasta saltan de alegría. Si el resultado no es el esperado, el alumnado quiere saber en ese mismo momento cómo se hace. Este método permite no perder un día de clase para repasar la prueba y al mismo tiempo nos evita prácticamente todas las reclamaciones. Los alumnos tienen una idea muy aproximada de lo realizado y de su calificación.

7 Asistentes matemáticos

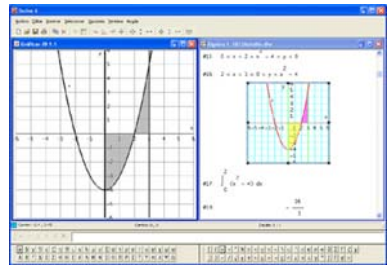
Los asistentes matemáticos son en la actualidad nuestras herramientas: la tiza o lápiz y la pizarra o papel. Hemos elegido Derive, Cabri y Excel por:

- Ser los más conocidos por el profesorado.
- Los más utilizados internacionalmente.
- Estar en castellano.
- Ser fáciles de aprender, manejar y utilizar.
- Corren bajo Windows y de forma análoga a cualquier otro programa.

7.1 Derive

Es un programa de cálculo simbólico. Lo utilizamos en aritmética, álgebra, funciones, derivadas, integrales y geometría analítica tridimensional.

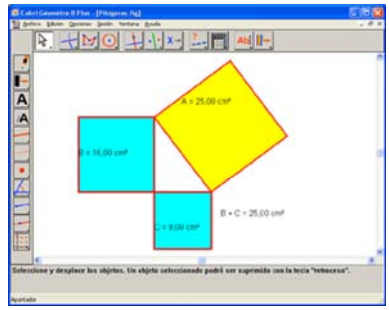
- Permite trabajar de modo exacto y aproximado con números naturales, enteros, racionales, reales y complejos.
- Opera polinomios y fracciones algebraicas.
- Resuelve y discute sistemas de ecuaciones lineales y no lineales



- Opera con matrices.
- Representa curvas en el plano.
- Representa curvas y superficies en el espacio.
- Calcula límites, derivadas e integrales.
- Resuelve los problemas de Programación Lineal.

7.2 CABRI

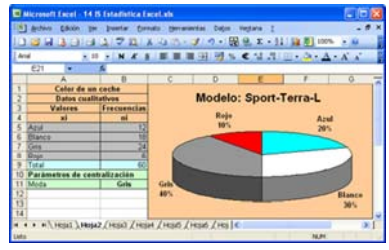
Es un programa de geometría. Lo utilizamos para geometría sintética y analítica del plano.



- Dibuja puntos, segmentos, vectores, rectas, semirrectas, triángulos, cuadriláteros, polígonos, circunferencias, arcos y cónicas.
- Traza perpendiculares, paralelas, punto medio, mediatrices y bisectrices.
- Dibuja traslaciones, giros, simetría axial, simetría central, homotecias e inversiones.
- Mide longitudes, áreas, pendientes, ángulos...
- Calcula coordenadas y ecuaciones.

7.3 EXCEL

Es la hoja de cálculo de Microsoft Office. La utilizamos para estadística y probabilidad.



- En estadística descriptiva representa todos los tipos de gráficos y calcula la media, moda, mediana, recorrido, varianza y desviación típica.
- En estadística bidimensional representa la nube de puntos y la recta de regresión. Calcula el centro de gravedad, las desviaciones típicas marginales, la covarianza, el coeficiente de correlación, la recta de regresión y buscar objetivos.
- En la distribución binomial, calcula cualquier probabilidad, la media, varianza y desviación típica.

- En la distribución normal, calcula cualquier probabilidad en la normal estándar $N(0,1)$ y en cualquier normal $N(\mu,\sigma)$ y genera la tabla $N(0,1)$.
- En inferencia estadística calcula los intervalos de confianza y el tamaño de la muestra.
- Se aplica al contraste de hipótesis, tanto en el bilateral como en el unilateral.
- En probabilidad simula todo tipo de lanzamientos.

7.4 Internet

Lo utilizamos para la formación del profesorado on line, para bajar los exámenes exponer las notas de los alumnos en la web del proyecto que está dentro del Portal de Informática y Matemáticas.

8 Desarrollo de la investigación

Las tres hipótesis principales de la investigación sobre la metodología y didáctica de enseñanza de las matemáticas apoyada en los asistentes matemáticos son:

- Mejorará el aprendizaje en matemáticas de los alumnos en relación a la metodología y didáctica tradicional de enseñanza.
- Será evaluada por los alumnos como eficaz y satisfactoria para el aprendizaje de contenidos matemáticos.
- Será evaluada por los profesores que la siguen como eficaz y satisfactoria para la práctica docente.

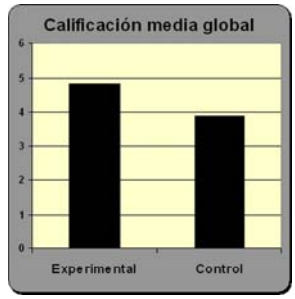
Para contrastar la primera hipótesis, cada profesor que intervenía en el proyecto tenía dos grupos, uno experimental y otro de control. El grupo de control realizaba las clases y hacía los exámenes de forma tradicional; en el experimental, llevaba al alumnado a la sala de informática un día a la semana para trabajar con nuestros materiales. El grupo experimental hacía dos exámenes; uno escrito en el aula habitual con la condición de que fuese el mismo que el del grupo de control y otro, en el aula de informática para hacer con el ordenador.

Para contrastar las otras dos hipótesis, se utilizó la técnica de evaluación basada en la interrogación, utilizando como instrumentos de evaluación sendos cuestionarios elaborados *ad-hoc* y dirigidos a profesores y alumnos, respectivamente. (Arias, Maza y Sáenz, 2005)

9 Resultados

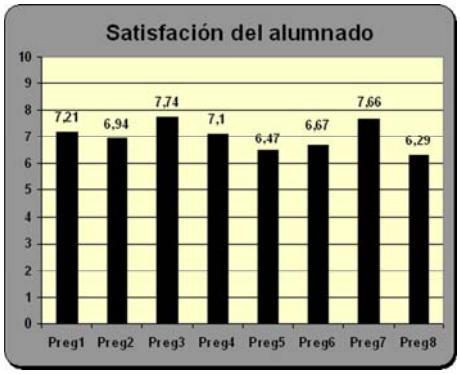
9.1 Rendimiento académico

La calificación media en matemáticas obtenida para la totalidad de la muestra del grupo experimental tiene un incremento respecto del grupo de control del 24,39%.



9.2 Grado de satisfacción del alumnado

La valoración media del alumnado es de 7,01 puntos sobre 10 puntos, con una desviación típica de 0,49 y un cociente de variación del 7%. Esta calificación está muy por encima de la valoración que suele hacer al alumnado de las matemáticas. Los alumnos han valorado especialmente los temas estudiados, se han sentido muy bien estudiándolos y han puntuado de forma especialmente alta el uso de los asistentes matemáticos. Algunos de sus comentarios son: "de las cuatro clases de matemáticas que tenemos a la semana, la de Matemáticas con Informática es la más interesante; nosotros planteamos el problema y el ordenador hace las operaciones y nos da la solución".



9.3 Grado de satisfacción del profesorado

Mayoritariamente, valora de forma bastante o muy satisfactoria el trabajo didáctico con Informática y su utilidad para la práctica docente. Algunos de los profesores nos han dicho: "los padres nos han felicitado porque por primera vez sus hijos en casa utilizan el ordenador para hacer matemáticas, cuando habitualmente lo usaban para jugar o chatear".

Una opinión muy extendida en el profesorado de 2º de Bachillerato es: "no llevo a los alumnos a la sala de informática porque entonces no me da tiempo de acabar el temario para Selectividad", mientras que la mayoría de los profesores que trabajan en el proyecto nos apuntan: "gracias a llevar los alumnos una vez a la semana a la sala de Informática he terminado el temario de 2º de Bachillerato".

10 Conclusiones y trabajos futuros

El informe Pisa 2003 otorga a España en competencia matemática 485 puntos y nos sitúa en el puesto 23. No vamos a tomar en consideración el 24,39% que mejoran las notas globalmente, sino solo lo que mejoran en el examen tradicional escrito que es de un 11,2%. Si le aumentamos a 485 puntos un 11,2% tendríamos 539 puntos, con lo que quedaríamos terceros.

Hemos hecho una investigación de forma ecológica, es decir, en el aula, que nos confirma que aplicando convenientemente unos asistentes matemáticos mejoramos el rendimiento académico del alumnado en matemáticas de forma significativa. No todos los grupos tenían las mismas circunstancias en sus centros. Si aplicando la LOE fuésemos capaces de integrar distintas medidas: desdobles, agrupamientos flexibles..., el rendimiento académico podría mejorar mucho más. Que duda cabe que una de las medidas fundamentales e imprescindibles es conseguir al menos 4 sesiones de matemáticas semanales en cada uno de los cursos de la ESO.

Convencidos de que estas líneas de trabajo son importantes y de que en el futuro serán importantísimas, estamos desarrollando cursos *e-learning* para profesores, sobre Derive, Cabri y Excel aplicados a Matemáticas de la ESO y los Bachilleratos. Los cursos los certificará el Instituto Universitario de Ciencias de la Ecuación de la Universidad Autónoma de Madrid en colaboración con la Editorial Algaida.

Al mismo tiempo seguimos con el proyecto en diversos centros. Los profesores interesados, tanto en la formación on line, como en aplicar el proyecto con sus alumnos pueden ponerse en contacto con nosotros a través de los correos: `jariasca@terra.es`, `ildemaza@terra.es`, o bien en nuestro Portal de Informática y Matemáticas `www.infoymate.net` donde pueden encontrar más información sobre nuestro proyecto entrando en el enlace **Evaluación del Proyecto Matemáticas-Informática en la ESO y los Bachilleratos**. En el apartado del menú **Materiales** se tiene acceso a la parte de matemáticas con informática en 1º y 3º de la ESO y en 1º de BC y 1º BS.

REFERENCIAS

En nuestro Portal de Informática y Matemáticas `www.infoymate.net` en los enlaces **Libros: Matemáticas** y **Libros: Informática** se tiene acceso a los índices y a un tema completo de cada uno de los libros en `PDF`.

MATEMÁTICAS:

1 ARIAS Y MAZA, *Matemáticas, 1º ESO*, Sevilla, Algaida Editores, 2002. ISBN 84-8433-231-4

2 [—], *Matemáticas, 1º ESO. Propuesta didáctica*, Sevilla. Algaida Editores, 2002. ISBN 84-8433-239-X

3 [—], *Matemáticas, 2º ESO*, Sevilla, Algaida Editores, 2003. ISBN 84-8433-294-2

4 [—], *Matemáticas, 2º ESO. Propuesta didáctica*. Sevilla, Algaida Editores, 2003. ISBN 84-8433-295-0

5 [—], *Matemáticas, 3º ESO*. Sevilla, Algaida Editores, 2002. ISBN 84-8433-232-2

6 [—], *Matemáticas, 3º ESO. Propuesta didáctica*. Sevilla, Algaida Editores, 2002. ISBN 84-8433-240-3

7 [—], *Matemáticas, 4º ESO A*. Sevilla, Algaida Editores, 2003. ISBN 84-8433-304-3

8 [—], *Matemáticas, 4º ESO A. Propuesta didáctica*. Sevilla, Algaida Editores, 2003. ISBN 84-8433-305-1

9 [—], *Matemáticas, 4º ESO B*. Sevilla, Algaida Editores, 2003. ISBN 84-8433-306-X

10 [—], *Matemáticas, 4º ESO B. Propuesta didáctica*. Sevilla, Algaida Editores, 2003. ISBN 84-8433-307-8

11 [—], *Matemáticas, 1º de Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y Salud y Tecnología*. Sevilla, Algaida Editores, 2002. ISBN 84-8433-178-4

12 [—], *Matemáticas, 1º de Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y Salud y Tecnología. Propuesta didáctica*. Sevilla, Algaida Editores, 2002. ISBN 84-8433-179-2

13 [—], *Matemáticas, 2º de Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y Salud y Tecnología*. Sevilla, Algaida Editores, 2002. ISBN 84-8433-314-0

14 [—], *Matemáticas, 2º de Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y Salud y Tecnología. Propuesta didáctica*. Sevilla, Algaida Editores, 2003. ISBN 84-8433-315-9

15 [—], *Matemáticas, 1º de Bachillerato de Humanidades y Ciencias Sociales*. Sevilla. Algaida Editores, 2002. ISBN 84-8433-217-9

16 [—], *Matemáticas, 1º de Bachillerato de Humanidades y Ciencias Sociales. Propuesta didáctica*. Sevilla, Algaida Editores, 2002. ISBN 84-8433-218-7

17 [—], *Matemáticas, 2º de Bachillerato de Humanidades y Ciencias Sociales*. Sevilla, Algaida Editores, 2003. ISBN 84-8433-316-7

18 [—], *Matemáticas, 2º de Bachillerato de Humanidades y Ciencias Sociales. Propuesta didáctica*. Sevilla, Algaida Editores, 2003. ISBN 84-8433-317-5

Informática:

1 J.M. ARIAS, O. ARIAS, S. M. ARIAS, I. REY, *Informática XP. Bachillerato. Tecnologías de la información: Ciencias - Tecnología*. Barcelona, Casals, 2004. ISBN 84-218-3119-4

2 [—], *Propuesta didáctica. Informática XP. Bachillerato. Tecnologías de la información: Ciencias - Tecnología*. Barcelona, Casals, 2004. ISBN 84-218-3137-2

3 [—], *Informática Millennium. Informática de Bachillerato. Tecnologías de la información: Humanidades y Ciencias Sociales*. Barcelona, Casals, 2004. ISBN 84-218-3120-8

4 [—], *Propuesta didáctica. Informática Millennium. Informática de Bachillerato. Tecnologías de la información: Humanidades y Ciencias Sociales*. Barcelona, Casals, 2006. ISBN 84-218-3138-0

5 [—], *Informática Básica XP*. Barcelona, Casals, 2006. ISBN 84-218-3514-9

6 [—], *Informática Básica XP. Propuesta Didáctica*. Barcelona, Casals, 2006. ISBN 84-218-3515-X

José María Arias Cabezas
IES Mariano José de Larra de Madrid
Profesor de Nuevas Tecnologías de la UAM
Investigador del IUCME de la UAM
Correo electrónico: jariasca@terra.es

Ildefonso Maza Sáez
IES Antonio López García de Getafe (Madrid)
Investigador del IUCME de la UAM
Correo electrónico: ildemaza@terra.es