

MÁXIMOS y mÍNIMOS

Problemas de Optimización

Notemates - 25/03/2009

Conceptos y ejercicios de problemas de máximos y mínimos.



Una de las aplicaciones básicas de las derivadas es la optimización de situaciones. Frecuentemente buscamos la máxima calidad, el mínimo precio, la mayor resistencia, el menor esfuerzo, la máxima ganancia, el mínimo coste...

El cálculo de derivadas permite hallar los máximos y mínimos de una función. Si somos capaces de expresar un problema como una función podremos también encontrar los valores óptimos, de más o de menos, que puedan interesar.

Ejemplos

1- "Hallar un número positivo que sumado con su inverso dé un resultado mínimo"

Solución:

Queremos encontrar un número x para que la función $x + 1/x$ tenga un mínimo.

Basta hacer la derivada de esta función igual a cero para obtener como resultado positivo $x = 1$

para el que la suma con su inverso es $1 + 1/1 = 2$ que es menor que cualquier otra opción:

$$2 + 1/2 = 2.5$$

$$3 + 1/3 = 3.33$$

$$0.5 + 1/0.5 = 2.5$$

... ..

2- "Hallar dos números positivos cuya suma sea 10 y cuyo producto sea Máximo"

Solución:

Elegimos incógnitas: Un número x , el otro y

La función a maximizar es su producto: $P = xy$

Hay dos variables, x, y , pero tenemos una relación "la suma es 10" con la que podemos despejar y sustituir una de ellas:

$$x+y = 10 \Rightarrow y = 10 - x \Rightarrow P = x(10-x) = 10x - x^2 \quad \text{que ya podemos derivar}$$

Haciendo la derivada igual cero: $P' = 10 - 2x = 0$ obtenemos $x = 5$, $y = 5$

con lo que el resultado máximo es $P = 25$ para los números 5 y 5

como se puede comprobar haciendo $1 \cdot 10 = 10$, $3 \cdot 7 = 21$, $4 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 8 = 24 \cdot 36 \dots \dots$

Â

Mã©todo

- 1) Elegir incógnita(s)
- 2) Escribir función a optimizar
- 3) Si hay más de una incógnita escribir la condición que las relaciona y despejar
- 4) Derivar la función e igualarla a cero
- 5) Resolver la ecuación y obtener el valor de la(s) incógnita(s)
- 6) Responder al problema

Ideas

- La situación planteada en estos problemas se puede visualizar bien en los applets que acompañan a los ejercicios o en otros del Proyecto Descartes
- Son clásicos los casos de geometría, en los que se suelen utilizar las fórmulas elementales de áreas y volúmenes.

Â

- Enunciados de ejercicios en archivo adjunto.
- Problema experimental en archivo adjunto: Con la misma capacidad ¿qué lata de refresco cilíndrica necesitará menos aluminio? Solución detallada en Divulgamatemática a masmates

Ejercicios de tres niveles en

. Problemas de Máximos y mínimos (1)

. Problemas de Máximos y mínimos (2)

. Problemas de Máximos y mínimos (3)

Â