

Ejemplo

Calcular A^2 y A^3 y hallar una expresión general para A^n , siendo:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Solución:

Es fácil comprobar que $A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $A^3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $A^4 = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

y, en general $A^n = \begin{pmatrix} 1 & n-1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ lo que se puede demostrar por inducción.

Ayudas
Potencia de matrices:

Se multiplica la matriz por sí misma sucesivamente.

A veces se puede encontrar una fórmula para A^n

Método de inducción:

1º) Se demuestra que la fórmula vale para $n = 1$

2º) Suponiendo que es cierta para n se demuestra que también lo será para $n + 1$

Nº	Hallar la traspuesta y/o responder:	Soluciones	Comprob.
1	a) $\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 8 & 2 \end{pmatrix}^3$ b) $\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}^2$		
2	a) $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -4 \\ 5 & 7 & 3 \\ -2 & 2 & 3 \end{pmatrix}^3$ b) $\begin{pmatrix} 3 & 5 & 11 \\ 3 & 2 & 8 \end{pmatrix}^2$		
3	a) $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}^2 \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 8 & 2 \end{pmatrix}^2$ b) $\left[\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 8 & 2 \end{pmatrix} \right]^2$		
4	Si $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, calcular $A^2, A^3, A^4, \dots, A^n$		
5	Calcular la 20-ava potencia de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{20} & \frac{1}{20} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$		
6	Si $A = \begin{pmatrix} k & 1 \\ 0 & k \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, calcular A^2, A^3, B^2 y B^3		
7	Hallar la traspuesta la traspuesta de la matriz $A = \begin{pmatrix} 5 & 7 & 0 & -9 \\ 0 & 8 & 3 & -4 \\ -1 & 6 & 10 & 0 \end{pmatrix}$		