

Ejemplo

Comprobar que la suma de la matriz A con su traspuesta es una matriz simétrica;

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -5 \\ 4 & 2 & 7 \\ -8 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

Solución:

$$A + A' = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -5 \\ 4 & 2 & 7 \\ -8 & 6 & 9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 4 & -8 \\ 3 & 2 & 6 \\ -5 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 7 & -13 \\ 7 & 4 & 13 \\ -13 & 13 & 18 \end{pmatrix}$$

que es, efectivamente, una matriz simétrica.

Ayudas

Matriz traspuesta de $A=(a_{ij})$:

$$A' = (a_{ji})$$

Se obtiene "cambiando filas por columnas".

Matriz simétrica: $A = A'$
Matriz hemisimétrica: $A = -A'$

$$(A + B)' = A' + B'$$

$$(A \cdot B)' = B' \cdot A'$$

Nº	Hallar la traspuesta y/o responder:	Soluciones	Comprob.
1	a) $\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 8 & 2 \end{pmatrix}'$ b) $\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}'$		
2	a) $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -4 \\ 5 & 7 & 3 \\ -2 & 2 & 3 \end{pmatrix}'$ b) $\begin{pmatrix} 3 & 5 & 11 \\ 3 & 2 & 8 \end{pmatrix}'$		
3	a) $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}' \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 8 & 2 \end{pmatrix}'$ b) $\left[\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 8 & 2 \end{pmatrix} \right]'$		
4	a) $(5 \ 8 \ -3)'$ b) $\left[\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 8 & 2 \end{pmatrix} \right]'$		
5	¿Cuánto deben valer a y b para que la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & a & 2b \\ 7 & b & 0 \\ 10 & 0 & a \end{pmatrix}$ sea simétrica? ¿Y para que sea antisimétrica?		
5	Hallar P· Q y su traspuesta, siendo $P = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$, $Q = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$		
6	Descomponer la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 12 \\ 8 & 5 & -20 \\ 10 & 4 & 7 \end{pmatrix}$ como suma de una matriz simétrica y otra hemisimétrica.		