

Ejemplo

Ayudas

Discutir según los valores de k y resolver el sistema:

$$\begin{cases} x - 3y + 2z = -2 \\ -2x + 5y + (k-5)z = 4 \\ x + (k-3)y - 4z = k \end{cases}$$

Solución:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -2 & 5 & k-5 \\ 1 & k-3 & -4 \end{vmatrix} = -k^2 + k + 6 = 0 \Rightarrow k = \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{2} = \begin{cases} 3 \\ -2 \end{cases}$$

Estudio:

* Si $k \neq \begin{cases} 3 \\ -2 \end{cases}$: $\Delta = |A| \neq 0 \Rightarrow$ **SCD** La solución es:

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} -2 & -3 & 2 \\ 4 & 5 & k-5 \\ k & k-3 & -4 \end{vmatrix} = -k^2 - 2k - 3 = -(k+2)(k+1) \Rightarrow x = \frac{-(k+2)(k+1)}{-(k+2)(k-3)} = \frac{k+1}{k-3}$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -2 & 4 & k-5 \\ 1 & k & -4 \end{vmatrix} = -k^2 - k + 2 = -(k+2)(k-1) \Rightarrow y = \frac{-(k+2)(k-1)}{-(k+2)(k-3)} = \frac{k-1}{k-3}$$

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 1 & -3 & -2 \\ -2 & 5 & 4 \\ 1 & k-3 & k \end{vmatrix} = -k - 2 = -(k+2) \Rightarrow z = \frac{-(k+2)}{-(k+2)(k-3)} = \frac{1}{k-3}$$

* Si $k = 3$: $\Delta = |A| = 0$ y $\Delta_x \neq 0 \Rightarrow$ **SI** : No hay solución

* Si $k = -2$: $\Delta = |A| = 0$ y $\Delta_x = \Delta_y = \Delta_z = 0 \Rightarrow$ **SCI**, pues no hay dos filas proporcionales, por lo que $\text{rang } A = \text{rang } (A|B) = 2$.

Las soluciones

$$\boxed{(-2 - 11I, -3I, I)}$$

son:

Pasos:

- 1º) Operar como con números, calculando los determinantes Δ y $\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$.
- 2º) Analizar los resultados según los valores del parámetro.
- 3º) Resolver los casos posibles.

Se puede resolver, también por el **Método de Gauss**

Nº	Discutir y resolver los sistemas:	Soluciones	Comprob.
1	<p>a) $\begin{cases} x+3y=6 \\ 2x+my=2m \end{cases}$</p> <p>b) $\begin{cases} mx-y=1 \\ x-my=2m-1 \end{cases}$</p>		
2	<p>a) $\begin{cases} 2kx+t3x=1 \\ x+2ky=0 \end{cases}$</p> <p>b) $\begin{cases} x+y+z=2 \\ 2x+3y+z=3 \\ kx+10y+4z=11 \end{cases}$</p>		

... →

3	a) $\begin{cases} x + ky + (k-1)z = 2k-1 \\ (k-1)y + z = k \\ x + y = 1 \end{cases}$	b) $\begin{cases} x - y + z = 5 \\ kx + y + 2kz = 1 \\ 2kx + 2y - 3z = 5k+1 \end{cases}$		
4	a) $\begin{cases} x + ky + z = k+2 \\ x + y + kz = -2(k+1) \\ kx + y + z = k \end{cases}$	b) $\begin{cases} kx + y + z = 1 \\ x + ky + z = 1 \\ x + y + kz = 1 \end{cases}$		
5	a) $\begin{cases} 2y + kz = k \\ (k-2)x + y + 3z = 0 \\ (k-1)y = 1-k \end{cases}$	b) $\begin{cases} ax - y + z = 2z \\ x + 2ay - az = y \\ x + ay - z = 0 \end{cases}$		
6	a) $\begin{cases} x + y + z = m+1 \\ mx + y + (m-1)z = m \\ x + my + z = 1 \end{cases}$	b) $\begin{cases} (m+2)x + y + z = m-1 \\ mx + (m-1)y + z = m-1 \\ (m+1)x + (m-1)z = m-1 \end{cases}$		
7	a) $\begin{cases} x + y + kz = k \\ kx + ky + z = 1 \\ x + ky + z = k \end{cases}$	b) $\begin{cases} (7+k)x - 6y + 6z = 0 \\ -3x + (2-k)y + 3z = 0 \\ -6x + 6y + (5-k)z = 0 \end{cases}$		
8	a) $\begin{cases} x + y = 7t \\ y - z = 3 - 2t \\ x - z = 3 + 5t \end{cases}$	b) $\begin{cases} ax + 20y + 7z = 1 \\ 3y + z = 0 \\ x - ay = 1 \end{cases}$		
9	a) $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x - 2y + 2z = a \end{cases}$	b) $\begin{cases} x + 2y + z - m = 0 \\ 2x - y - z + 2 = 0 \end{cases}$		
10	a) $\begin{cases} ax + y + z = a \\ x + ay + z = a \\ x + y + az = a \end{cases}$	b) $\begin{cases} y + 2z = 0 \\ 3y + z = 0 \\ my + z = 0 \end{cases}$		
11	a) $\begin{cases} -2x + 3y + 4z = 12 \\ ax - (a+4)y - 2az = 3a \end{cases}$	b) $\begin{cases} x + 2y + z = 3 \\ ax + (a+3)y + 3z = 1 \end{cases}$		
12	a) $\begin{cases} 3x - ay + 2z - (a-1) = 0 \\ 2x - 5y + 3z - 1 = 0 \\ x + 3y - (a-1)z = 0 \end{cases}$	b) $\begin{cases} x + ay = 1 \\ ay - z = 1 \\ x - z = b \end{cases}$		