

Ejemplo

Ayudas

Resolver el sistema:

$$\begin{cases} 2x + 5y - 3z = 4 \\ x + 6y + 7z = -8 \\ 5x + 16y + z = 0 \end{cases}$$

Solución:

$$(A:B) = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 7 & : & -8 \\ 2 & 5 & -3 & : & 4 \\ 5 & 16 & 1 & : & 24 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 1 & 6 & 7 & : & -8 \\ 0 & -7 & -17 & : & 20 \\ 0 & -14 & -34 & : & 40 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 1 & 6 & 7 & : & -8 \\ 0 & 7 & 17 & : & -20 \\ 0 & 0 & 0 & : & 0 \end{pmatrix}$$

$\text{rang}A = \text{rang}(A:B) = 2 < 3 \Rightarrow$ Sistema Compatible Indeterminado

$$\begin{cases} x + 6y + 7z = -8 \\ 7y + 17z = -20 \end{cases} \Rightarrow y = \frac{-20 - 17z}{7} \Rightarrow x = -8 - 6y - 7z = \frac{64 + 53z}{7}$$

Por tanto, si \mathbf{z} es un valor cualquiera λ , es solución cualquier terna de valores del tipo:

$$\left(\frac{64 + 53\lambda}{7}, \frac{-20 - 17\lambda}{7}, \lambda \right)$$

Sist. de ecs. lineales: $AX = B$

SCD: Sist. Compatible Determinado

SCI: Sist. Compatible Indeterminado

SI: Sist. Incompatible

Pasos:

1º) Hallar el rango de A y de $A|B$

y aplicar el Teor. de Rouché

2º) Si es incompatible, no tiene solución.

3º) Si es indeterminado, se despejan unas incógnitas en función de las otras.

Teorema de Rouché: $AX = B$

$\text{rang}A = \text{rang}(A:B) = n \Rightarrow$ SCD

$\text{rang}A = \text{rang}(A:B) < n \Rightarrow$ SCI

$\text{rang}A < \text{rang}(A:B) \Rightarrow$ SI

A , matriz de los coeficientes
 $A|B$, matriz ampliada,
 n , número de incógnitas

N°	Resolver los sistemas:	Soluciones	Comprob.
1	a) $\begin{cases} -2x - 2y - 5z = -24 \\ 3x - 4y + 3z = -8 \\ -12x + 2y - 21z = -54 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 4x - 5z = 14 \\ -13x + 3y + 17z = -41 \\ 3x - y - 4z = 9 \end{cases}$	SI $\left(\frac{14+5\lambda}{4}, \frac{6-\lambda}{4}, \lambda \right)$	
2	a) $\begin{cases} 2x - 5y - 3z = -27 \\ -2y - 5z = -42 \\ 2x - y + 7z = 57 \end{cases}$ b) $\begin{cases} -4 + y + z = 7 \\ 4x - y - z = -7 \\ -2x - 5y + 3z = -33 \end{cases}$	$\left(\frac{156-19\lambda}{4}, \frac{42-5\lambda}{2}, \lambda \right)$ $\left(\frac{1+4\lambda}{11}, \frac{73+5\lambda}{11}, \lambda \right)$	
3	a) $\begin{cases} -4x - 2y + 2z = 4 \\ x + z = 12 \\ -3x - 2y + 3z = 23 \end{cases}$ b) $\begin{cases} -8x - 6y = -39 \\ 4x + 3y = 16 \end{cases}$	SI SI	
4	a) $\begin{cases} 4x + 4y - z = 24 \\ 4x + 4y - z = 24 \\ -4x - y = -17 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x + 2y + 2z = 26 \\ -4x + 3y - 4z = -24 \end{cases}$	$\left(\frac{44-\lambda}{12}, \frac{7+\lambda}{3}, \lambda \right)$ $(9-\lambda, \lambda)$	
5	a) $\begin{cases} -2x - 2y = -4 \\ -x - y - z = -6 \\ z = 4 \\ -2x - 2y = -4 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 4x + 3y + 4z = 55 \\ 2x - 5y + 2z = -5 \\ 6x - 15y + 6z = -15 \\ 8x - 20y + 8z = -20 \end{cases}$	$(2-\lambda, \lambda, 4)$ $\left(\frac{260-26\lambda}{26}, \frac{65}{13}, \lambda \right)$	



curso

nombre

fecha / /

puntos